

NIEPEWNOŚĆ WYNIKU PRZETWARZANIA ANALOGOWO-CYFROWEGO

Anna Domańska
Politechnika Poznańska

1. Wstęp

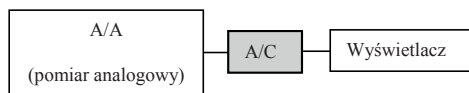
Postęp w dziedzinie elektroniki i cyfrowego przetwarzania sygnałów zmodyfikował architekturę urządzeń pomiarowych wpływając na sposób i formę realizacji pomiarów. System pomiarowy może być utożsamiony z systemem przetwarzania danych, które zostały uprzednio zgromadzone i przetworzone do postaci cyfrowej. Ocena niepewności wyniku pomiaru jest dokonywana w następstwie metrologicznej charakteryzacji systemu, która sprowadza się do charakteryzacji trzech tworzących go elementów: bloku realizującego operacje metodą układową (przetwarzanie analogowe), bloku przetwarzania a-c i bloku realizującego operacje metodą programową (cyfrowe przetwarzanie danych).

Przedstawiono zasadę oceny niepewności wyniku przetwarzania a-c realną do zastosowania w warunkach rzeczywistych metodą, w której do metrologicznej charakteryzacji są wykorzystywane dostępne dla użytkownika informacje o parametrach przetwornika A/C dostarczane przez producenta.

2. Lokalizacja przetwornika A/C w urządzeniach i systemach pomiarowych

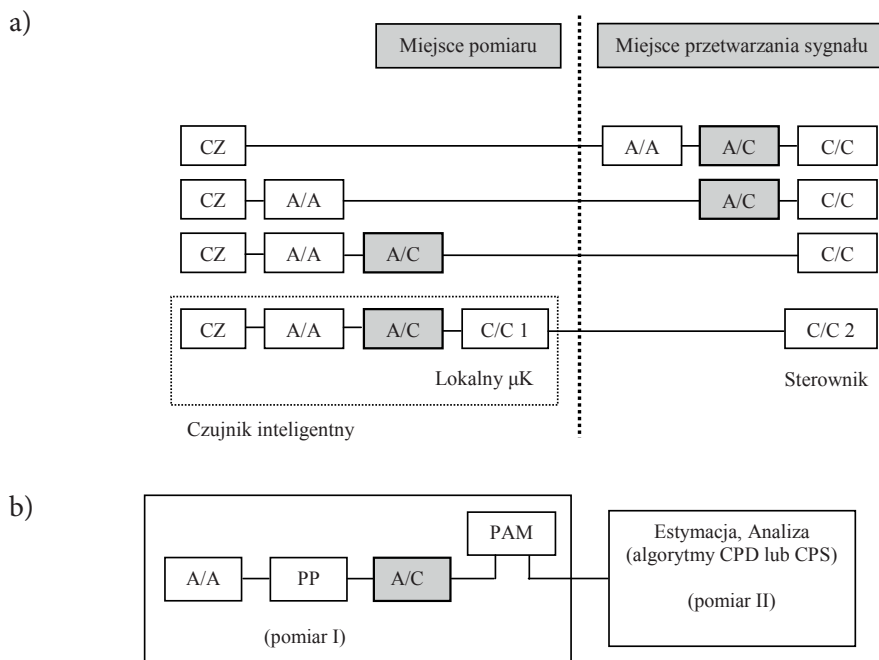
Przetwornik A/C może być stosowany w urządzeniach i systemach pomiarowych w celu:

- a) zmiany **formy wyniku** pomiaru analogowego, na przykład w zwykłych multimetrach w celu podania na wyświetlaczu cyfrowym wyniku pomiaru realizowanego metodą analogową (eliminacja przetworników wskazówkowych), jak pokazano na rys. 1,



Rys. 1. Miejsce przetwornika A/C w zwykłym multimetrze

- b) zmiany **formy danych** pomiarowych
 - w systemach czujnikowych,
 - w multimetrach cyfrowych,
 - w systemach z cyfrowym algorytmem pomiaru (CAP),co zilustrowano na rys. 2.



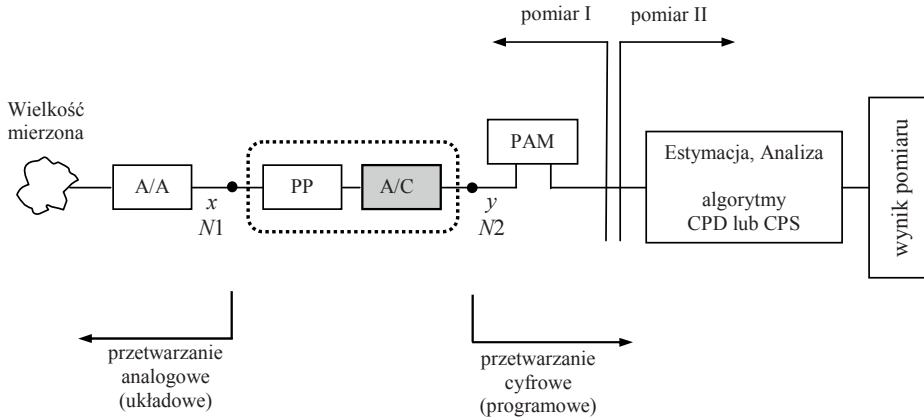
Rys. 2. Miejsce przetwornika A/C: a) w układach czujnikowych, b) w systemach z CAP i z estymacją lub analizą

W zależności od zastosowania ważne są różne aspekty przetwarzania przetwornika A/C. Przykładowo w systemach z CAP i estymacją ważne jest możliwie wierne zachowanie wartości chwilowych, natomiast w systemach z CAP i analizą ważne może być np. możliwie wierne zachowanie dynamiki czy struktury widmowej sygnału.

Z lokalizacji przetwornika A/C w urządzeniach i systemach pomiarowych wynika jego określony wpływ na wartość niepewności ostatecznego wyniku pomiaru. W dalszej części przedstawiono **zasady** oceny wpływu właściwości **rzeczywistego** przetwornika A/C na **niepewność** wyniku przetwarzania.

3. Niepewność wyniku w systemach z cyfrowym algorytmem pomiaru

W systemach z CAP proces pomiarowy jest podzielony na dwa etapy. W pierwszym etapie zbierane są i zapamiętywane dane wejściowe systemu. Ma on charakter pomiaru bezpośredniego (pomiar I). W drugim etapie, na podstawie uprzednio zgromadzonych danych, jest realizowany proces estymacji (lub analizy) w celu określenia wartości wielkości mierzonej. Ma on charakter pomiaru pośredniego (pomiar II). Zadaniem przetwornika A/C jest zmiana formy danych uzyskanych w pomiarze I, która umożliwia realizację pomiaru II metodą cyfrowego przetwarzania danych (CPD) lub cyfrowego przetwarzania sygnałów (CPS). Umieszczenie przetwornika A/C w konkretnym systemie wyznacza granicę między układową a programową formą działania systemu. Zasadę pomiaru w systemach z CAP przybliży rys. 3.



Rys. 3. Proces pomiarowy w systemach z CAP:

x – sygnał wejściowy przetwornika, y – sygnał wyjściowy przetwornika, $N1$ – niepewność danych wejściowych przetwornika, $N2$ – niepewność danych wyjściowych przetwornika

Specyfika systemów z CAP polega na występowaniu przetwarzania układowego i programowego jednocześnie. W związku z tym pojawia się pytanie, jak należy oceniać niepewność wyniku pomiaru w takim przypadku, czyli gdy występuje nieciągłość formy operacji na danych pomiarowych.

Pomimo nieciągłości formy operacji można zachować ciągłość procesu wyznaczania niepewności wyniku pomiaru, jeżeli określona zostanie niepewność wynikająca z błędów występujących przy zmianie formy danych, czyli wynikająca z błędów przetwornika A/C.

W rzeczywistych systemach z CAP dane wejściowe przetwornika A/C są wynikiem operacji analogowych wykonywanych na danych pomiarowych w części toru poprzedzającej przetwornik. Dane wejściowe są więc obciążone błędami i ich niepewność jest niezerowa. Dane wyjściowe przetwornika A/C (wykorzystywane w pomiarze II) są obciążone błędami rzeczywistego przetwornika A/C przetwarzającego obciążone błędami dane wejściowe.

Dla wyeksponowania wpływu właściwości samego przetwornika A/C na niepewność danych wyjściowych rozważono przypadek, w którym błędy danych wejściowych nie występują. Jednakże w utworzonym równaniu niepewności można będzie łatwo uwzględnić ich istnienie.

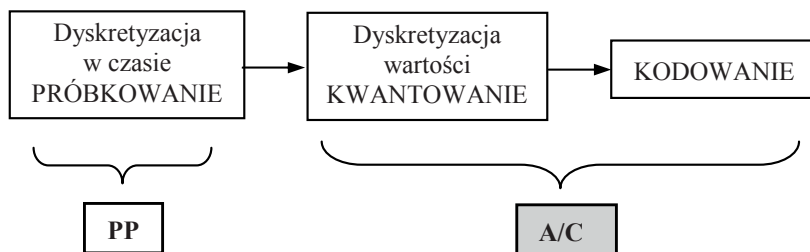
4. Zniekształcenia danych pomiarowych podczas konwersji analogowo-cyfrowej

Konwersja analogowo-cyfrowa (a-c) jest ciągiem następujących operacji wykonywanych na sygnale analogowym:

- dyskretyzacji w dziedzinie czasu (próbkowanie),

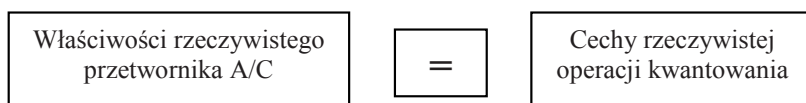
- dyskretyzacji w dziedzinie wartości (kwantowanie),
- kodowania.

Operacje te są wykonywane przez układ próbkująco-pamiętający PP i przetwornik A/C, co schematycznie przedstawiono na rys. 4.



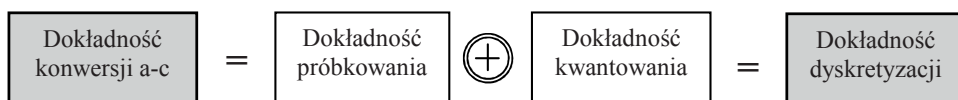
Rys. 4. Operacje wykonywane w ramach konwersji a-c

Układ PP może być elementem odrębnym lub zintegrowanym z przetwornikiem A/C. Przetwornik A/C wykonuje operacje kwantowania i kodowania. W niewadliwym rzeczywistym przetworniku kodowanie jest operacją bezbłędną. O właściwościach przetwornika decydują więc cechy rzeczywistej operacji kwantowania, co zilustrowano na rys. 5.



Rys. 5. Związek właściwości rzeczywistego przetwornika A/C z cechami rzeczywistej operacji kwantowania

Dokładność konwersji a-c jest tożsama z dokładnością dyskretyzacji. Schematycznie przedstawiono to na rys. 6.



Rys. 6. Dokładność konwersji a-c

Dyskretyzacja jest przetworzeniem dwuwymiarowym (2D), na które składa się: dyskretyzacja horyzontalna H i dyskretyzacja wertykalna W . Rzeczywista dyskretyzacja jest procesem nieidealnym. Operacje w osi czasu i w osi wartości są obarczone błędami. Błędy z obu wymiarów H i W mają wpływ na błędy wartości chwilowych sygnału pomiarowego zbieranych i zapamiętywanych w pomiarze I. Aby można było ilościowo ocenić ten wpływ, należy sprowadzić zniekształcenia H sygnału pomiaro-

wego do zniekształceń W_H , oddziałujących na jego wartości chwilowe i rozpatrywać je łącznie ze zniekształceniami W , w ten sam sposób, jako zniekształcenia wartości chwilowych sygnału. Zasadę tę przybliżono na rys. 7.



Rys. 7. Zniekształcenia dyskretyzacji

Można przyjąć, iż źródła zniekształceń W i H są niezależne, co oznacza, że odpowiadające im błędy są niezależne. Niepewności związane z poszczególnymi źródłami błędów przetwarzania a-c mogą być oceniane z zastosowaniem następującego podejścia:

- metodą 1 – w wyniku przebadania odpowiednio licznego zbioru takich samych układów realizujących przetwarzanie a-c, w tych samych warunkach, według takich samych zasad,
- metodą 2 – na podstawie danych o parametrach układu a-c podawanych przez producenta. Dane te to na ogół informacje o granicach przedziałów, w których zawierają się błędy.

W praktyce użytkownik konkretnego układu może zastosować metodę 2. Zaletą jest to, iż nie wymaga ona przeprowadzenia kosztownych badań. Podstawową wadą jest to, iż bazuje ona na dostępnej informacji o granicach, w których zawierają się błędy przy niedostępnej (na ogół) informacji o typach rozkładów prawdopodobieństw tych błędów. Wówczas przyjmuje się, że są to rozkłady prostokątne.

Z punktu widzenia wymiarowości zniekształceń towarzyszących dyskretyzacji rozróżniono dwa przypadki:

- dyskretyzacja, w której uwzględnia się tylko zniekształcenia W (zbieranie i zapamiętywanie wartości sygnałów wolnozmiennych lub stałych),
- dyskretyzacja, w której uwzględnia się zniekształcenia W i H (zbieranie i zapamiętywanie sygnałów szerokopasmowych).

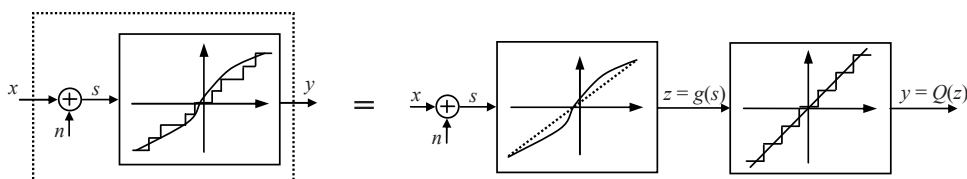
W pierwszym przypadku niepewność wyniku konwersji wynika z błędów rzeczywistego przetwornika A/C, w drugim z błędów rzeczywistego przetwornika A/C próbującego.

5. Błędy rzeczywistego przetwornika A/C i niepewność wyniku konwersji

Rzeczywisty przetwornik A/C, w którym występują tylko zniekształcenia W , można przedstawić w postaci równoważnego modelu pokazanego na rys. 8.

Model tworzą szeregowo połączone: przetwornik analogowy o ciągłej charakterystyce przetwarzania $g(s)$ i idealny kwantyzator $Q(z)$ [1]. Parametry charakterystyki $g(s)$ są odwzorowaniem błędu wzmocnienia, przesunięcia i nieliniowości całkowitej

rzeczywistego przetwornika A/C. Natomiast rozdzielczość kwantyzatora pozwala określić błąd kwantowania.



Rys. 8. Model rzeczywistego przetwornika A/C

Charakterystykę $g(s)$ można przedstawić w zdekomponowanej postaci [2]:

$$z = g(s) = (G + \Delta_G) \cdot s + \Delta_{OFF} + \Delta_{INL}(s) = (G + \Delta_G) \cdot (x + n) + \Delta_{OFF} + \Delta_{INL}(x + n) \approx \quad (1)$$

$$\approx x + \Delta_G \cdot x + \Delta_{OFF} + \Delta_{INL}(x + n) + n$$

$s = x + n$ – zakłócony sygnał wejściowy,

x – sygnał wejściowy,

n – szum,

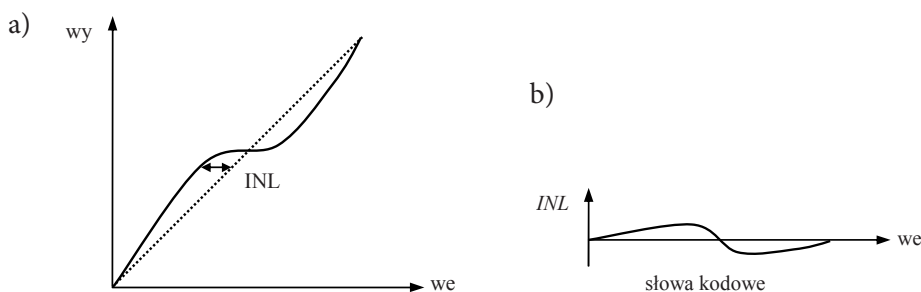
G – wzmacnienie ($G = 1$),

Δ – błąd (G – wzmacnienia, OFF – przesunięcia, INL – nieliniowości całkowitej),
 $\Delta_G n \approx 0$.

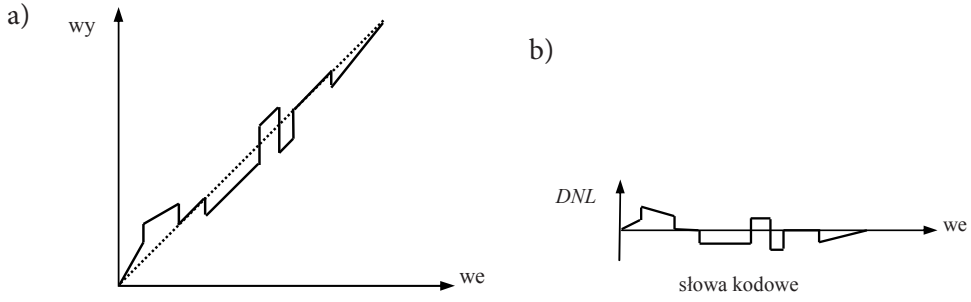
Nieliniowość INL ma charakter nieliniowości gładkiej. Występowanie nieliniowości INL powoduje zniekształcenie, w którego wyniku w widmie sygnału po konwersji pojawiają się dodatkowe składowe harmoniczne.

Szum n w zależności (1) tworzą: szum wewnętrzny przetwornika A/C (n_0) oraz sygnał powstały w wyniku błędu nieliniowości różnicowej (Δ_{DNL}). Nieliniowość DNL ma charakter nieliniowości z nieciągłościami. Z tego powodu w sygnale po konwersji pojawia się dodatkowy szerokopasmowy sygnał o widmie, które można uznać za szumowe.

Deformację liniowej reprezentacji charakterystyki we-wy rzeczywistego przetwornika A/C, z powodu INL oraz DNL , pokazano odpowiednio na rys. 9 i rys. 10.

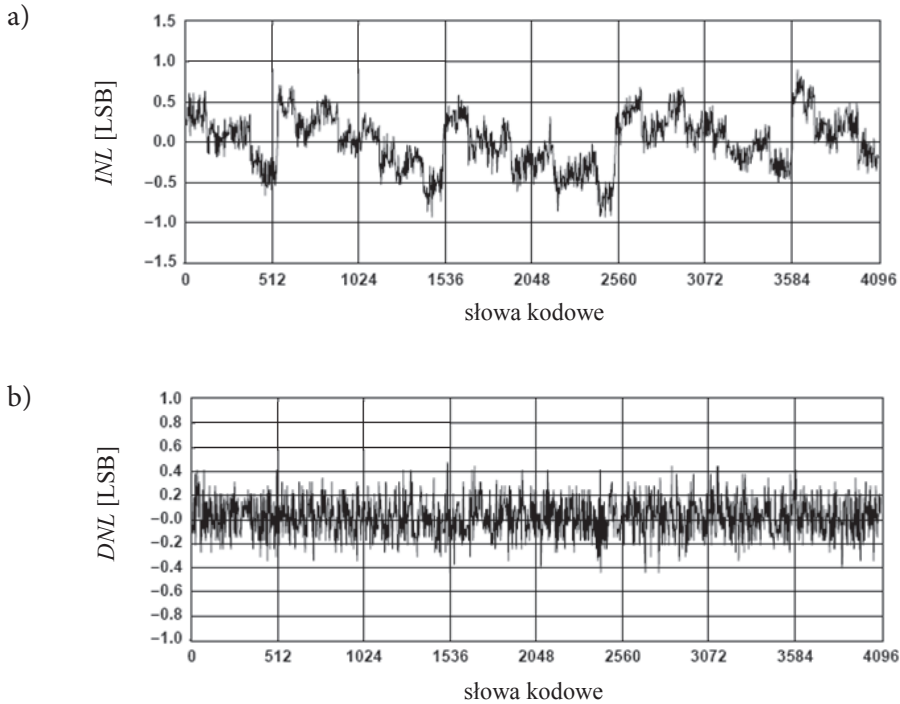


Rys. 9. Występowanie INL : a) deformacja rzeczywistej charakterystyki we-wy, b) postać INL



Rys. 10. Występowanie DNL: a) deformacja rzeczywistej charakterystyki we-wy, b) postać DNL

Na rys. 11 przedstawiono widmową strukturę błędu nieliniowości *INL* oraz *DNL* w przykładowym 12-bitowym przetworniku.



Rys. 11. Nieliniowość w rzeczywistym przetworniku A/C: a) *INL*, b) *DNL* [3]

Przetwarzanie w idealnym kwantyzatorze można zapisać następująco:

$$y = Q(z) = z + \Delta_q(z) \quad (2)$$

Δ_q – błąd kwantowania.

Dla szczegółowej postaci zmiennej z (por. (1)) ostateczny wynik konwersji ma postać:

$$y \approx x + \Delta_G \cdot x + \Delta_{OFF} + \Delta_{INL}(x + n) + n_0 + \Delta_{DNL}(x + n_0) + \Delta_q(z) \quad (3)$$

Δ_{DNL} – błąd nieliniowości różnicowej DNL.

Błąd pojedynczej wartości chwilowej na wyjściu przetwornika A/C wynosi:

$$e_i = y_i - x_i \approx \Delta_G \cdot x_i + \Delta_{OFF} + \Delta_{INL}(x_i + n_i) + n_{0i} + \Delta_{DNL}(x_i + n_{0i}) + \Delta_q(z_i) \quad (4)$$

Chwilowe wartości poszczególnych błędów nie są znane. Dostępne są natomiast dane (od producenta przetwornika A/C) o granicach przedziałów, w których się zawierają:

$$|\Delta_G| \leq M_G, \quad |\Delta_{OFF}| \leq M_{OFF}, \quad |\Delta_{INL}| \leq M_{INL}, \quad |\Delta_{DNL}| \leq M_{DNL} \quad (5)$$

M – wartość graniczna błędu Δ (wzmocnienia, przesunięcia, nieliniowości całkowitej, nieliniowości różnicowej), a w przypadku szumu n_0 informacja o wariancji $\sigma_{n_0}^2$. Błąd kwantowania zawiera się w granicach $|\Delta_q| \leq \frac{q}{2}$, gdzie q oznacza znaną (dającą się wyznaczyć) rozdzielczość przetwornika.

Niepewność wyniku konwersji określono przyjmując następujące hipotezy:

- poszczególne rodzaje błędów są wzajemnie niezależne, niezależne są ich rozkłady,
- błędy mają wartości średnie równe zero,
- błędy wzmocnienia, przesunięcia, nieliniowości i kwantowania mają rozkłady prostokątne
- szum jest procesem stacjonarnym i ergodycznym.

Niepewności standardowe wynoszą [4]:

$$u_G = \frac{M_G}{\sqrt{3}}, \quad u_{OFF} = \frac{M_{OFF}}{\sqrt{3}}, \quad u_{INL} = \frac{M_{INL}}{\sqrt{3}}, \quad u_{DNL} = \frac{M_{DNL}}{\sqrt{3}}, \quad u_q = \frac{\frac{q}{2}}{\sqrt{3}}, \quad u_{n_0} = \sigma_{n_0} \quad (6)$$

Jeśli wiadomo, że szum n_0 ma rozkład Gaussa, wówczas przyjmuje się, że odpowiadająca mu niepewność standardowa wynosi $u_{n_0} = 2\sigma_{n_0G}$.

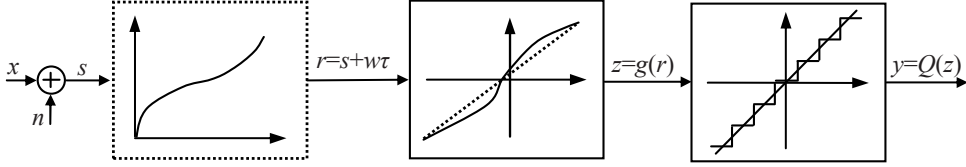
Złożona niepewność standardowa błędu każdej pojedynczej próbki, wynikająca z błędów rzeczywistego przetwornika A/C, jest określona następującą zależnością:

$$u_c(e_i) = \sqrt{u_G^2 x^2 + u_{OFF}^2 + u_{INL}^2 + u_{n_0}^2 + u_{DNL}^2 + u_q^2} \quad (7)$$

Zależność (7) przedstawia złożoną niepewność standardową wyniku przetwarzania a-c uwzględniającą główne źródła błędów przetwornika A/C. Wytypowanie rodzajów źródeł błędów uwzględnianych w ocenie niepewności jest zależne od zastosowania systemu [5].

6. Błędy rzeczywistego przetwornika A/C próbkującego i niepewność wyniku konwersji

W rzeczywistym przetworniku A/C próbkującym są uwzględniane zniekształcenia W i H . Równoważny model takiego przetwornika przedstawiono na rys. 12.



Rys. 12. Model rzeczywistego przetwornika A/C próbkującego

Zniekształcenia H – to powstałe w wyniku próbkowania zniekształcenia wartości chwilowych sygnału, wynikłe z niestałości związków fazowych między sąsiednimi próbkami. Najczęściej niestałość ta ma charakter losowy. W zadeklarowanej chwili t zamiast wartości chwilowej $s(t)$ utrwalona zostanie sąsiednia wartość chwilowa, np. $s(t+\tau)$, a więc różniąca się od $s(t)$. Różnicę tę można określić na podstawie rozwinięcia funkcji s w szereg Taylora, zachowując liniowe składniki:

$$r(t) = s(t + \tau) = s(t) + \frac{ds(t)}{dt} \tau = s(t) + w\tau = x(t) + n + w\tau \quad (8)$$

τ – drganie położenia próbki, wielkość losowa o wariancji σ_τ^2 (parametr układu).

Sygnał wyjściowy układu $g(r)$ będzie miał wówczas postać:

$$\begin{aligned} z = g(r) &= G + \Delta_G \cdot (x + n + w\tau) + \Delta_{OFF} + \Delta_{INL}(x + n + w\tau) \approx \\ &\approx x + \Delta_G \cdot x + \Delta_{OFF} + \Delta_{INL}(x + n + w\tau) + n + w\tau \end{aligned} \quad (9)$$

$$\Delta_G w\tau \approx 0, \Delta_G n \approx 0$$

$w\tau$ – składowa błędów całkowitego częstotliwościowo-zależna.

Uwzględniając (2), dla szczegółowej postaci zmiennej z (por. (9)), ostateczny wynik konwersji ma w tym przypadku postać:

$$y \approx x + \Delta_G \cdot x + \Delta_{OFF} + \Delta_{INL}(x + n + w\tau) + n_0 + \Delta_{DNL}(x + n_0 + w\tau) + w\tau + \Delta_q(z) \quad (10)$$

Błąd pojedynczej wartości chwilowej na wyjściu przetwornika A/C wynosi:

$$\begin{aligned} e_i &= y_i - x_i \approx \\ &\approx \Delta_G \cdot x_i + \Delta_{OFF} + \Delta_{INL}(x_i + n_i + w_i \tau_i) + n_{0i} + \Delta_{DNL}(x_i + n_{0i} + w_i \tau_i) + w_i \tau_i + \Delta_q(z_i) \end{aligned} \quad (11)$$

Złożona niepewność standardowa błędów każdej pojedynczej próbki, wynikająca z błędów rzeczywistego przetwornika A/C, jest w tym przypadku określona zależnością:

$$u_c(e_i) = \sqrt{u_G^2 x^2 + u_{OFF}^2 + u_{INL}^2 + u_{n0}^2 + u_{DNL}^2 + w_M^2 u_\tau^2 + u_q^2} \quad (12)$$

$u_\tau = \sigma_\tau$
 w_M – maksymalna wartość szybkości zmian sygnału wejściowego s , $w_M = \max \left[\frac{ds(t)}{dt} \right]$.

Jeśli wiadomo, że τ ma rozkład Gaussa wówczas przyjmuje się, że odpowiadająca mu niepewność standardowa wynosi $u_\tau = 2\sigma_{\tau G}$.

Współczynnik w_M można wyznaczyć na podstawie wiedzy o częstotliwości granicznej sygnału wejściowego. Jeśli wynosi ona f_B , wówczas:

$$w_M = \left[\frac{d}{dt} (U_{FS} \sin 2\pi f_B t) \right]_{t=0} = U_{FS} 2\pi f_B \quad (13)$$

7. Zakończenie

Zależności (7) i (12) przedstawiają złożoną niepewność standardową wyniku przetwarzania a-c uwzględniającą główne źródła błędów przetwornika A/C. Wytypowanie rodzajów źródeł błędów uwzględnianych w ocenie niepewności jest zależne od zastosowania systemu.

Poszczególne niepewności standardowe są określone na podstawie danych o granicach przedziałów, w których zawierają się wartości błędów, podawanych przez producentów przetworników A/C. W takim przypadku są to niepewności typu B.

Zależności (4) i (11) umożliwiają ocenę złożonej niepewności standardowej każdej pojedynczej próbki w sposób zalecany przez Przewodnik, natomiast zależności (3) i (10) ocenę metodą Monte Carlo.

Literatura

- [1] P. Pace: *Advanced techniques for digital receivers*. Boston, Artech House 2000.
- [2] E. Attivissimo, N. Giaquinto, M. Savino: *Worst-case uncertainty measurement in ADC-based instruments*. Computer Standards & Interfaces, vol. 29 (2007), s. 5-10.
- [3] www.ti.com, THS1215.
- [4] *Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement*. ISO, Geneva, 1995.
- [5] C. Spataro: *ADC Based measurements: identification of the parameters for the uncertainty evaluation*. International Workshop on Advanced Methods for Uncertainty Estimation in Measurement. Bucharest, Romania, 2009.