

ROZDZIELCZOŚĆ A NIEPEWNOŚĆ WYNIKU POMIARU

Albin Czubla
Główny Urząd Miar

1. Wprowadzenie

W prawidłowo konstruowanych cyfrowych przyrządach pomiarowych rozdzielczość wyświetlanego lub odczytanego wyniku pomiaru, poprzez interfejs wyjściowy, powinna być adekwatna do wymaganego zastosowania przyrządu i jego możliwości pomiarowych, czy zastosowanej metody pomiaru. Konsekwencją zwykle szerokiego zakresu pomiarowego jest różne i zmienne znaczenie rozdzielczości wyniku pomiaru, w zależności od wartości i stabilności wielkości mierzonej. Odmienny też może być sens rozdzielczości w zależności od tego, czy jesteśmy końcowym użytkownikiem przyrządu pomiarowego, czy też podlega on właśnie wzorcowaniu. W konsekwencji, przy szacowaniu niepewności wyniku pomiaru, nie tylko nie można automatycznie zaniedbywać wpływu rozdzielczości, ani też automatycznie uwzględniać wpływu rozdzielczości bez zróżnicowania na sytuację pomiarową, ale należy świadomie interpretować jej wpływ na wynik końcowy, zależnie od sposobu realizacji pomiaru, sposobu uzyskania aktualnego wskazania, czy faktycznych właściwości i konstrukcji przyrządu pomiarowego.

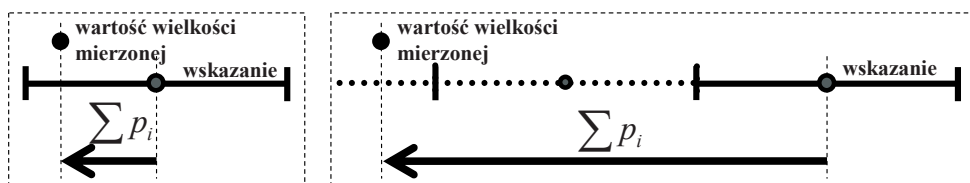
Przykładowo czym innym jest pomiar przedziału czasu za pomocą czasomierza o rozdzielczości 1 minuty, a czym innym jest odmierzenie za pomocą tego samego czasomierza przedziału czasu równego 1 minucie, czy całkowitej liczbie minut. Dziedzina czasu i częstotliwości dostarcza wielu przykładów w tym zakresie, a ponieważ czas i częstotliwość należą obecnie do najdokładniej odtwarzanych i mierzonych wielkości fizycznych oraz istnieje duża różnorodność przyrządów pomiarowych w tej dziedzinie, łatwo jest skonfrontować rozważania teoretyczne z praktyką, aczkolwiek prezentowane w niniejszym rozdziale rozważania mają charakter ogólny i niezależny od dziedziny pomiarowej.

Podstawowym celem tej pracy jest przedstawienie i zrewidowanie podejścia do pojęcia rozdzielczości w kontekście licznych sytuacji praktycznych [1], w odróżnieniu od publikowanych w ostatnich latach, głównie w czasopiśmie *Metrologia*, prac dotyczących tej tematyki, które koncentrują się na aspekcie czysto modelowym oszacowania niepewności wyniku pomiaru z istotnym udziałem rozdzielczości [2 ÷ 6].

2. Zarys problemu

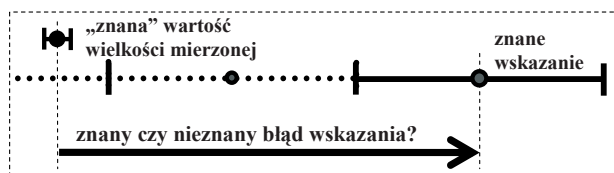
W typowej sytuacji pomiarowej, gdy nie jest znana wartość wielkości mierzonej, interpretacja rozdzielczości wskazania intuicyjnie nie nastręcza trudności, gdyż rozdzielczość odpowiada zwykłemu zaokrągłaniu wskazania przez przyrząd pomia-

rowy, natomiast konieczność uwzględniania rozdzielczości wskazania w niepewności wyniku pomiaru jest konsekwencją braku informacji, o ile zostało zmienione wskazanie przez zaokrąglanie. Pewien problem może jednak stanowić już świadome rozróżnienie poprawki na rozdzielczość wśród innych poprawek korygujących wskazanie do wartości umownie prawdziwej wielkości mierzonej (rys. 1). Podobnie problem pojawia się też w sytuacji, gdy odczytane wskazanie ma być skorygowane dodatkowo o poprawkę wyznaczoną na podstawie świadectwa wzorcowania. Zwykle w niepewności takiej poprawki już raz jest uwzględniona rozdzielczość wskazania, stąd może rodzić się wątpliwość, czy ponowne uwzględnianie rozdzielczości wskazania w niepewności końcowego wyniku pomiaru jest zasadne.



Rys. 1. Różne sytuacje pomiarowe ilustrujące problem rozróżnienia poprawki na rozdzielczość wśród innych poprawek (odcinek z pionowym kreskami po obu końcach stanowi ilustrację graficzną rozdzielczości wskazania, $\sum p_i$ – suma poprawek korygujących wskazanie do wartości wielkości mierzonej, w tym jedna z poprawek p_i jest poprawką na rozdzielczość wskazania)

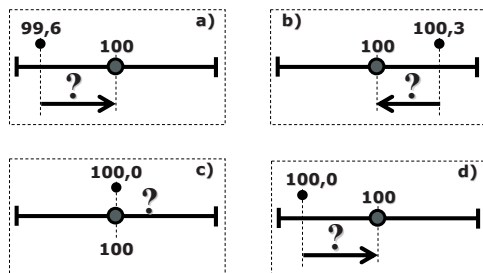
Z kolei odmienna jest sytuacja pomiarowa występująca podczas wzorcowania przyrządu pomiarowego, który nie jest źródłem wielkości mierzonej, gdy wyznaczany jest błąd wskazania. Wtedy najczęściej znana jest (zwykle z niepewnością co najmniej kilkakrotnie mniejszą niż wartość niepewności wnoszonej przez wzorcowany przyrząd pomiarowy) wartość wielkości mierzonej i jednocześnie znane jest wskazanie przyrządu, który jest wzorcowany (rys. 2). Wartość błędu wskazania uzyskana przez odjęcie od wskazania przyrządu pomiarowego wartości wielkości mierzonej jest różnicą dwu znanych wartości. Zatem rodzi się wątpliwość, czy zasadne jest tu uwzględnianie rozdzielczości wskazania w niepewności wyniku pomiaru. Aby rozwiązać tego typu wątpliwości, kluczowe jest, w rozumieniu udziału rozdzielczości w niepewności wyniku pomiaru, prawidłowe rozumienie pojęcia błędu wskazania oraz poprawki na rozdzielczość.



Rys. 2. Ilustracja problemu znajomości wartości błędu wskazania przy pomiarze podczas wzorcowania (strzałka/wektor ze znakiem zapytania ilustruje graficznie wstępnie przypisywaną wartość błędu wskazania, pozostałe oznaczenia i symbolika elementów zgodnie z opisem na rys. 1)

3. Błąd wskazania a rozdzielczość

Ogólnie przyjętą, zgodnie z Międzynarodowym słownikiem podstawowych i ogólnych terminów metrologii [7] oraz międzynarodowymi dokumentami ujednolicającymi podejście do szacowania niepewności wyniku pomiaru [8, 9], definicją błędu wskazania przyrządu pomiarowego jest różnica między wskazaniem przyrządu pomiarowego a wartością (umownie) prawdziwą wielkości mierzonej. Na rys. 3 przedstawiono różne sytuacje pomiarowe z ustalonym wskazaniem przyrządu równym 100, przy założeniu, że wartość wielkości mierzonej znana jest dokładnie.



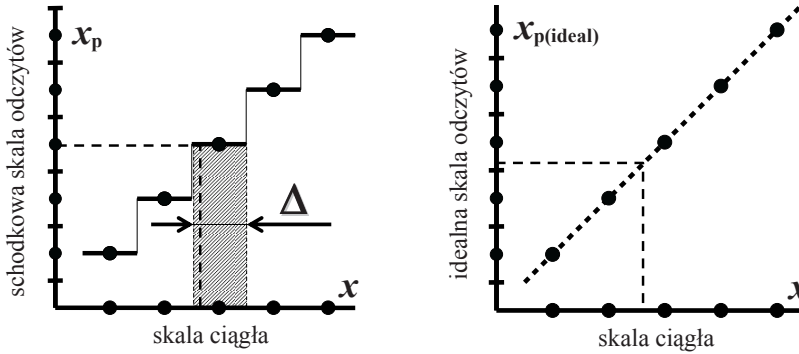
Rys. 3. Ilustracja do weryfikacji interpretacji pojęcia błędu wskazania (strzałka/wektor ze znakiem zapytania ilustruje graficznie wstępnie przypisywane wartości błędu wskazania, pozostałe oznaczenia i symbolika elementów zgodnie z opisem na rys. 1)

Przypadki a), b) i c) na rys. 3 różnią się tylko wartością wielkości mierzonej i można przyjąć, że obserwowana różnica pomiędzy wskazaniem przyrządu a wartością (umownie) prawdziwą wielkości mierzonej jest głównie wynikiem zaokrąglania wskazania. Przyjęcie założenia, że w tych trzech przypadkach obserwowane są trzy różne wartości błędu wskazania, prowadziłoby do niezgodnego z teorią szacowania niepewności wyniku pomiaru wniosku, że przy identycznym wskazaniu błąd wskazania ma zmienną wartość w zależności od aktualnej wartości wielkości mierzonej. Ponadto pozornie pojawia się niejednoznaczność w interpretacji wartości błędu wskazania pomiędzy przypadkami c) i d) na rys. 3, gdzie w przypadku d) występuje dodatkowe przesunięcie skali wielkości mierzonej w stosunku do skali wielkości odtwarzanej przez przyrząd pomiarowy.

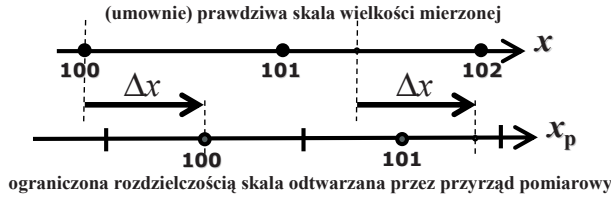
Wszystkie powyższe wątpliwości znikają, jeśli w definicji błędu wskazania jako wskazanie przyrządu pomiarowego będzie rozumiane „idealne” wskazanie $x_{p(\text{ideal})}$ (nieograniczone rozdzielczością i konstrukcją przyrządu pomiarowego), które byłoby wskazywane przez przyrząd pomiarowy, gdyby wskazanie można było odczytać dokładnie, z nieograniczoną liczbą miejsc znaczących (rys. 4). Błąd wskazania Δx odpowiada wtedy jednoznacznie lokalnemu przesunięciu skali odtwarzanej przez przyrząd pomiarowy względem skali wielkości mierzonej i lokalnie ma wartość stałą równą (rys. 5):

$$\Delta x = x_{p(\text{ideal})} - x \quad (1)$$

gdzie x jest wartością (umownie) prawdziwą wielkości mierzonej.



Rys. 4. Ilustracja ciągłej skali wielkości mierzonej x oraz schodkowej x_p i idealnej $x_{p(ideal)}$ skali odczytów wskazania przyrządu pomiarowego



Rys. 5. Ilustracja graficzna błędu wskazania

Istnienie poprawki na rozdzielczość p_Δ uzasadnione jest zatem nieznaną różnicą pomiędzy „idealnym” wskazaniem przyrządu pomiarowego $x_{p(ideal)}$ nieograniczonym rozdzielczością, a faktycznie odczytanym wskazaniem x_p przyrządu:

$$p_\Delta = x_{p(ideal)} - x_p \quad (2)$$

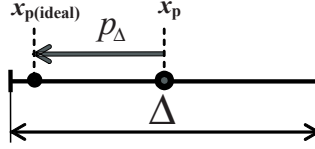
W każdym jednostkowym pomiarze, czy również w konkretnej serii pomiarów, przy założeniu odpowiednio stabilnej wartości wielkości mierzonej i stabilnym działaniu przyrządu pomiarowego, różnica wyrażona wzorem (2) ma charakter systematyczny (ma określoną wartość i znak) i poprawka na rozdzielczość w istocie koryguje, związaną z uzyskaniem konkretnego wskazania, część stałego przesunięcia wyniku pomiaru. Stąd, w rozumieniu Przewodnika [8] i Dokumentu EA-4/02 [9], uzasadnione pozostaje nazywanie tej różnicy poprawką, chociaż wiedza na jej temat ogranicza się zwykle do znajomości jej granic.

Z poprawką na rozdzielczość wiąże się w konsekwencji zmienną losową centrowaną o zerowej wartości oczekiwanej i prostokątnym rozkładzie prawdopodobieństwa, co jest ściśle prawdą tylko w przypadku zachowania symetrii wskazań sąsiadujących z bieżącym wskazaniem. Przy braku symetrii obszarów wskazań „idealnych” względem obserwowanego wskazania, zmiennej losowej związanej z poprawką na rozdzielczość można przypisać niezerową wartość oczekiwaną.

Za niepewność standardową $u(p_\Delta)$ poprawki na rozdzielczość przyjmuje się:

$$u(p_\Delta) = \frac{\Delta}{2\sqrt{3}} \quad (3)$$

gdzie Δ jest szerokością przedziału obejmującego wszystkie, nieograniczone rozdzielczością teoretycznie możliwe, „idealne” wskazania przyrządu, przy którym obserwowane jest dane wskazanie x_p .



Rys. 6. Ilustracja graficzna poprawki na rozdzielczość

Wzór na wartość błędu wskazania Δx z uwzględnieniem poprawki na rozdzielczość p_Δ przyjmuje postać:

$$\Delta x = x_{p(\text{ideal})} - x = x_p - x + p_\Delta \quad (4)$$

Należy zwrócić uwagę, że równorzędną ze wzorem (3) postać zależności na niepewność standardową mogą mieć również inne poprawki, którym przypisuje się prostokątny rozkład prawdopodobieństwa, ale nie są interpretowane jako poprawka na rozdzielczość. Przykładowo mogą to być poprawki związane z błędem granicznym, niestabilnością, efektami starzenia się, dryftem.

4. Rozdzielczość a parametr Δ

Zwykle wartość parametru Δ (wzór (3) i rys. 6) utożsamia się z rozdzielczością przyrządu pomiarowego, tzn. z najmniejszą obserwowalną różnicą pomiędzy bieżącym wskazaniem, a kolejnym możliwym innym wskazaniem tego przyrządu. Najczęściej przyjmuje się jego wartość równą jedności, na pozycji najmniej znaczącej cyfry odczytywanego wyniku pomiaru Δ_1 . Jednak w praktyce nie zawsze zachowana jest symetria położenia sąsiadujących wskazań względem bieżącego wskazania. Sytuacja taka występuje często przy wskazaniach granicznych w ramach sąsiadujących podzakresów pomiarowych, gdzie następuje skokowa zmiana rozdzielczości wyświetlanego wyniku pomiaru (zwykle o jedną dekadę) ze względu na ograniczoną liczbę cyfr. Przykładowo przy pomiarze przedziału czasu czasomierzem z 4-cyfrowym wyświetlaczem, sąsiadują ze sobą następujące wskazania: 999,8 ms, 999,9 ms, 1,000 s i 1,001 s, gdzie obserwowane wskazanie 999,9 ms odpowiada teoretycznie wskazaniom nieograniczonym rozdzielczością z zakresu od 999,85 ms do 999,95 ms, natomiast obserwowane wskazanie 1,000 s odpowiada teoretycznie wskazaniom nieograniczonym rozdzielczością z zakresu od 999,95 ms do 1000,50 ms.

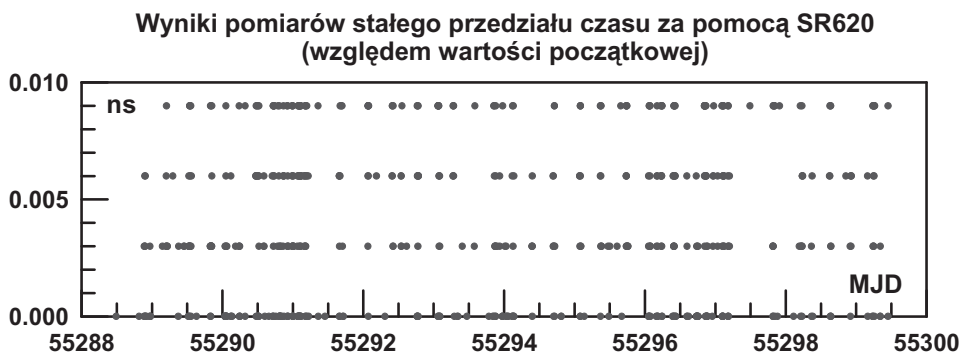
Podobnie, asymetrię kolejnych możliwych wskazań obserwuje się w przypadku nieliniowej zależności wartości wyniku pomiaru od wartości wielkości mierzonej

w pomiarze pośrednim. Przykładowo w prędkościomierzach, które (na podstawie wprowadzonej do prędkościomierza, jako stały parametr wartości drogi) przeliczają wynik pomiaru czasu przejazdu na wartość prędkości wyświetlanej w km/h; czy w chronokomparatorach w analogowym trybie pracy, gdzie następuje zamiana wartości kąta obrotu tarczy na wartość tangensa kąta i na tej podstawie jest wyliczany dobowy przyrost błędu wskazania wyświetlany w s/d.

W przypadku asymetrii kolejnych wskazań, zwykle stosowanym rozwiązaniem jest przyjmowanie za bieżącą wartość rozdzielczości Δ wartości większej z modułów (wartości bezwzględnych) dwu różnic pomiędzy bieżącym wskazaniem a wskazaniami sąsiadującymi. Prowadzi to lokalnie do zawyżania niepewności wyniku pomiaru. Natomiast najbardziej właściwe, z teoretycznego punktu widzenia, przyjęcie w tego typu sytuacjach niezerowej wartości estymaty poprawki na rozdzielczość równej wartości przesunięcia środka symetrii obszaru wskazań „idealnych” względem obserwowanego wskazania, czy przyjęcie za wartość rozdzielczości Δ szerokości tego obszaru, jest raczej niepraktykowane.

Inny problem stanowi automatyczne przyjmowanie za wartość parametru Δ wartości Δ_1 , czyli wartość równą jedności na pozycji najmniej znaczącej cyfry odczytywanego wyniku pomiaru, gdyż można w ten sposób znacząco niedoszacować niepewność wyniku pomiaru, zwłaszcza, gdy rozdzielczość wskazania ma istotny wpływ na niepewność wyniku końcowego. W przypadkach, gdy w serii pomiarów uzyskujemy powtarzalnie identyczne wskazania, obserwujemy wahania wskazania pomiędzy dwiema wartościami różniącymi się od siebie o wartość przekraczającą Δ_1 , czy obserwujemy brak zmiany wskazania przy zmianie wartości wielkości mierzonej przekraczającej wartość Δ_1 . Faktyczna rozdzielczość wskazania wyniku pomiaru powinna być zawsze weryfikowana w oparciu o dokumentację techniczną przyrządu pomiarowego oraz potwierdzona obserwacjami, jeśli jest to możliwe.

W praktyce pomiarowej w Laboratorium Czasu i Częstotliwości GUM stwierdzono przypadek przyrządu pomiarowego, w którym kolejne najbliższe możliwe

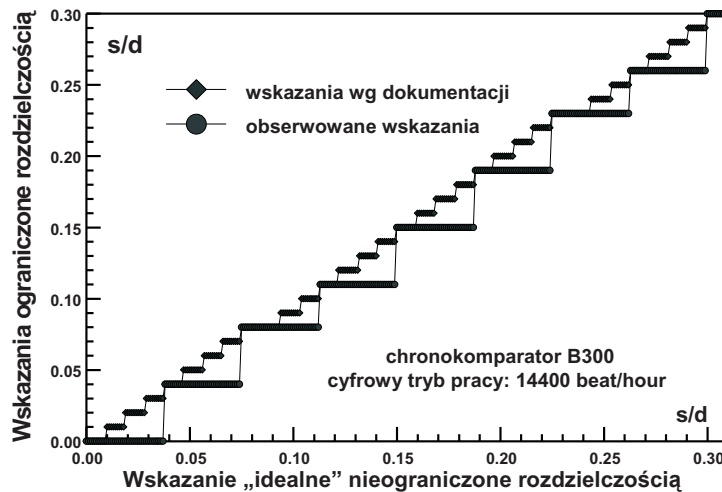


Rys. 7. Przykładowe wyniki pomiarów przedziału czasu za pomocą częstościomierza-czasomierza SR620 (wyniki przeliczone względem wartości początkowej, MJD (*Modified Julian Date*) – zmodyfikowany dzień juliański)

wskazanie było odległe od odczytanego wyniku pomiaru aż o $\Delta = 95367 \cdot \Delta_1$, o czym nie było wzmianki w dokumentacji technicznej. W prawidłowo skonstruowanym przyrządzie pomiarowym nie powinno mieć to miejsca. Natomiast typowe jest, że wskazanie przyrządu pomiarowego może zmieniać się o niewielką ustaloną wielokrotność jednostki najmniejszej cyfry znaczącej, np. $2 \cdot \Delta_1$ lub $5 \cdot \Delta_1$.

Faktyczną rozdzielczość można często wydedukować na podstawie obserwacji serii wyników pomiarów. W sytuacji przedstawionej na rys. 7 wynik pomiaru wyświetlany jest z rozdzielczością do 1 ps, ale już wyświetlane wartości zmieniają się skokowo co 3 ps i 2 ps, natomiast w dokumentacji technicznej podana jest informacja o deklarowanej rozdzielczości 4 ps [10] uzyskiwania liczbowego wyniku pomiaru przedziału czasu – nie ma to większego znaczenia w praktyce, ze względu na pozostałe składowe niepewności wnoszone przez ten przyrząd pomiarowy.

Z kolei, w sytuacji zilustrowanej na rys. 8, w dokumentacji technicznej przyrządu nie umieszczono informacji, że przy wartościach parametru „liczba uderzeń na godzinę” większych od 3600 beat/h w przybliżeniu proporcjonalnie pogarsza się rozdzielczość wyświetlanego wskazania – ma to istotne znaczenie w praktyce, gdyż rozdzielczość wskazania jest w tym przypadku głównym źródłem niepewności wyniku pomiaru [11, 12].



Rys. 8. Ilustracja rozbieżności pomiędzy informacją o rozdzielczości wyniku pomiaru podaną w dokumentacji technicznej chronokomparatora cyfrowo-analogowego typu B300 w cyfrowym trybie pracy (deklarowana jako 0,01 s/d niezależnie od pozostałych parametrów pracy), a faktycznie obserwowanymi możliwymi wskazaniami (przy wartości parametru pracy: 14400 beat/h, wskazanie zmienia się co 0,04 s/d i 0,03 s/d)

Problematyczne jest również ocenianie wartości rozdzielczości wskazania Δ w sytuacji, gdy obserwujemy szybkie zmiany wskazania w obrębie kilku wartości, migotanie wskazania w obrębie dwu wartości, czy płynne zmiany wskazania w niewielkim zakresie. Za rozdzielczość Δ , ustalaną indywidualnie w każdym pomiarze,

należy wówczas przyjąć obserwowany zakres zmian wskazania poszerzony o wartości różnicy pomiędzy skrajnymi wartościami obserwowanych wskazań i sąsiadującymi z nimi wartościami wskazań, czyli:

$$\Delta = x_{p(\max)} - x_{p(\min)} + k \cdot \Delta_1 \quad (5)$$

gdzie $x_{p(\max)}$ i $x_{p(\min)}$ – odpowiednio wartość maksymalna i minimalna obserwowanych wskazań, a $k \cdot \Delta_1$ – wartość rozdzielczości, jaka byłaby przyjęta przy braku zmian wskazania lub z jaką określono granice zakresu zmian wskazań.

Przykładowo, przy obserwacji wahań wskazania w obrębie wartości $\{10\Delta_1, 11\Delta_1, 12\Delta_1\}$, za rozdzielczość Δ należy przyjąć $(12-10+1)\Delta_1 = 3\Delta_1$, natomiast przy obserwacji wahań w obrębie wartości $\{10\Delta_1, 12\Delta_1\}$, za rozdzielczość Δ należy przyjąć $(12-10+2)\Delta_1 = 4\Delta_1$.

Powyższe sytuacje pomiarowe odnoszą się głównie do przyrządu, który mierzy wartość danej wielkości. W przypadku przyrządu pomiarowego stanowiącego źródło wielkości mierzonej (rezystor wzorcowy, generator częstotliwości, kalibrator) o ustalonych lub regulowanych wartościach nominalnych sytuacja jest nieco odmienna. Oczywiście jest, że przy ustalonej lub powtarzalnej cyfrowej nastawie wartości nominalnej odtwarzanej wielkości, rozdzielczość zadawania kolejnych wartości nominalnych nie powinna być uwzględniana w niepewności wyniku pomiaru, ponieważ tego typu przyrząd odtwarza dyskretną (punktową) skalę wielkości mierzonej, tzn. obserwowane wartości nominalne wskazań nie są ograniczone rozdzielczością (są dokładne i nie różnią się od „idealnych” wartości nominalnych). Powoduje to, że poprawka na rozdzielczość, rozumiana jako nieznana różnica pomiędzy wartością „idealną” wskazania nieograniczonego rozdzielczością a obserwowanym wskazaniem, traci w tym wypadku sens.

Jasność powyższego obrazu zakłóca jednak fakt występowania wewnętrznych błędów syntezy cyfrowej (DDS – *Direct Digital Synthesis*) zależnych od nastawionej wartości nominalnej odtwarzanej wielkości, a ściśle mówiąc od relacji arytmetycznych zachodzących pomiędzy pojemnością cyfrową akumulatora fazy, pojemnością pamięci kształtu sygnału i, wynikającym z nastawionego wskazania, krokiem przyrostu akumulatora fazy. Stąd nastawiona wartość nominalna wskazania może być odtwarzana bezbłędnie (bez dodatkowych błędów syntezy) lub z dodatkowym błędem wynikającym z wewnętrznej rozdzielczości syntezy. Prawidłowe uwzględnienie wpływu wewnętrznej rozdzielczości syntezy na korektę nastawionej wartości nominalnej wskazania wymaga dokładnej znajomości sposobu zamiany wskazania na krok przyrostu akumulatora fazy i sposobu realizacji syntezy generowanego sygnału w przyrządzie lub, przy braku wiedzy na ten temat, konieczności pogorszenia oszacowania niepewności wyniku pomiaru. Przykładowo, w przypadku generatora częstotliwości typu 33250A [13], sygnały prostokątne o częstotliwościach $f_n = 2^x \cdot 5^y$ Hz dla całkowitych liczb $x = \{-6, -5, \dots, 9\}$ i $y = \{-4, -3, \dots, 8\}$ generowane są bezbłędnie, natomiast synteza sygnałów prostokątnych o innych częstotliwościach zawiera już błędy związane z wewnętrzną rozdzielczością syntezy.

Inaczej jest w przypadku takich przyrządów, gdzie nie jest możliwa powtarzalna nastawa wartości nominalnej odtwarzanej wielkości, nastawa jest zmienna czy

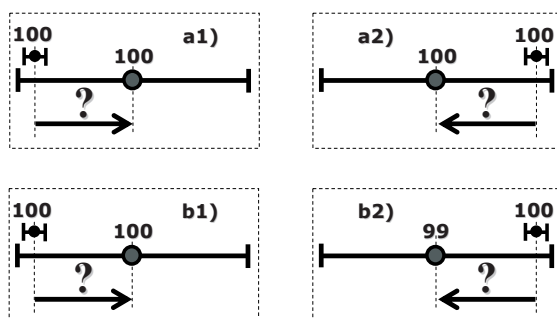
też nastawa zależy od wskazania pomocniczego układu pomiarowego. Przyrządy te, zwykle z analogową płynną nastawą lub z pomocniczym wyświetlaczem cyfrowym, odtwarzają skalę ciągłą (rozmytą) odtwarzanej wielkości. Istniejąca różnica pomiędzy faktycznie obserwowaną, ograniczoną rozdzielczością (w tym spowodowaną płynnością nastawy), wartością nominalną a „idealną” wartością nominalną, nieograniczoną rozdzielczością odtwarzanej wielkości, powoduje, że poprawka na rozdzielczość wskazania ma w tym wypadku sens. W rozdzielczości wskazania uwzględniana jest wtedy niestabilność nastawy wynikająca z płynności i niepowtarzalności nastawy, w tym będąca również efektem obserwacji zmian wyświetlanego wskazania informującego o aktualnej wartości nominalnej odtwarzanej wielkości, w trakcie odtwarzania tej wielkości. Wówczas należy odróżnić niestabilność nastawy, uwzględnianą w rozdzielczości, od niestabilności faktycznej odtwarzanej wartości wielkości mierzonej i od błędu, z jakim jest odtwarzana.

Ostatnie powyższe zachowanie jest typowe w przypadku niektórych generatorów bez stabilizacji kwarcowej, ale z wbudowanym w urządzenie pomocniczym częstotściomierzem kwarcowym wyświetlającym informację o wartości nominalnej aktualnie odtwarzanej częstotliwości, często zmieniającej się w sposób płynny.

5. Wzorcowanie a rozdzielczość

Biorąc pod uwagę konieczność odnoszenia błędu wskazania do wskazania „idealnego”, nieograniczonego rozdzielczością (wzory (1) i (4)), przy wyznaczaniu wartości błędów wskazania podczas wzorcowania przyrządu pomiarowego, który mierzy daną wielkość, nie ulega żadnym wątpliwości konieczność uwzględniania rozdzielczości wzorcowanego przyrządu pomiarowego w niepewności wyniku pomiaru. Dzięki temu można uzyskać wiarygodny wynik wzorcowania, niezależnie od zaistniałej podczas wzorcowania sytuacji pomiarowej (rys. 9).

Pewien wyjątek od podanej wyżej zasady może być wzorcowanie przyrządu pomiarowego, który mierzy daną wielkość i ma stabilne wskazania, poprzez wyzna-



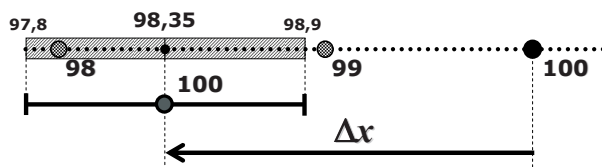
Rys. 9. Ilustracja problematyki wyznaczania błędu wskazania podczas wzorcowania (oznaczenia i symbolika elementów zgodna z rys. 2): a1) i a2) różne sytuacje pomiarowe prowadzące do identycznego zapisu wyniku wzorcowania, b1) i b2) zbliżone sytuacje pomiarowe prowadzące z kolei do różnych zapisów wyniku wzorcowania)

czenie zakresu wartości (umownie) prawdziwych wielkości mierzonej, przy których wskazanie wzorcowanego przyrządu nie ulega zmianie (rys. 10). Wówczas można przyjąć jako wyznaczoną wartość błędu wskazania różnicę pomiędzy obserwowanym wskazaniem przyrządu wzorcowanego a środkiem zakresu wartości wielkości mierzonej, przy których wskazanie to nie ulega zmianie, tzn.:

$$\Delta x = x_p - \frac{x_{k(\max)} + x_{k(\min)}}{2} \quad (6)$$

gdzie $x_{k(\max)}$ i $x_{k(\min)}$ – odpowiednio graniczna maksymalna i minimalna wartość kontrolnie zadawanej wielkości mierzonej, przy której obserwowane jest stałe wskazanie x_p . Wykorzystuje się tu fakt pokrywania się „idealnego” wskazania, nieograniczonego rozdzielczością, z obserwowanym wskazaniem dla tak wyznaczonego środka zakresu wartości wielkości mierzonej.

W tym przypadku przy szacowaniu niepewności błędu wskazania nie uwzględnia się rozdzielczości przyrządu wzorcowanego, ponieważ $x_{p(\text{ideal})} = x_p$. Natomiast uwzględnia się rozdzielczość, z jaką zadawano kolejne wartości wielkości mierzonej przy wyznaczaniu granic zakresu $x_{k(\max)}$ i $x_{k(\min)}$. Przy podawaniu tak uzyskanego wyniku pomiaru na świadectwie wzorcowania, w celu zagwarantowania czytelności i właściwego rozumienia wyniku pomiaru, powinna być zamieszczona również informacja o sposobie wyznaczenia wartości błędu wskazania.



Rys. 10. Ilustracja graficzna wzorcowania poprzez wyznaczenie zakresu wartości (umownie) prawdziwych wielkości mierzonej, przy których wskazanie wzorcowanego przyrządu nie ulega zmianie (oznaczenia i symbolika elementów zgodna z rys. 2)

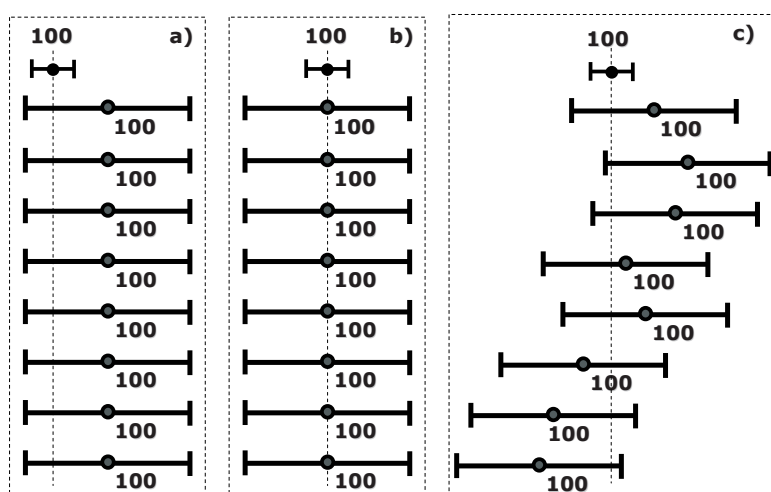
Przykładowo, w sytuacji przedstawionej na rys. 10, obserwuje się wskazanie równe 100 przy zadawaniu (umownie) prawdziwych wartości wielkości mierzonej w zakresie od 97,8 do 98,9. Stąd wyznaczona najlepsza wartość estymaty błędu wskazania wynosi 1,65. Natomiast, przy szacowaniu niepewności wyznaczenia tej wartości, uwzględnia się równanie pomiaru (6) oraz rozdzielczość wyznaczenia wartości granicznych 97,8 i 98,9, równą $\Delta = 0,1 \cdot \Delta_1$. Oznacza to, że przy dominującym udziale rozdzielczości w niepewności wyniku pomiaru, niepewność jest co najmniej 10-krotnie mniejsza niż przy typowym sposobie wzorcowania, co jest uzyskiwane kosztem większej złożoności pomiaru.

Wracając do podejścia typowego przy wzorcowaniu, poprzez pomiar ustalonej kontrolnej wartości wielkości mierzonej, sytuację może trochę skomplikować kwestia stabilności wskazania „idealnego” w danej serii pomiarów – przy założeniu, że wartość wielkości mierzonej nie ulega wahaniom. Przy wyznaczaniu wartości błędów

wskazania podczas wzorcowania, czy również w pomiarze po wzorcowaniu przyrządu pomiarowego mierzącego daną wielkość, nie do odróżnienia są przedstawione na rys. 11 sytuacje pomiarowe. Jednak, w zilustrowanym na rys. 11 przypadku c), gdzie występują dodatkowo wahania wskazania „idealnego” nieograniczonego rozdzielczością, mieszczące się w obrębie ustalonego wskazania ograniczonego rozdzielczością. Problem ustalenia wielkości udziału rozdzielczości w niepewności wyniku pomiaru nie istnieje, jeśli konsekwentnie i zawsze poprawkę na rozdzielczość będzie się traktować zgodnie z jej definicją (wzory (2) i (3)), tj. nigdy ze sztucznie zwiększoną niepewnością tej poprawki. Zawsze w razie potrzeby, zgodnie z wiedzą i doświadczeniem metrologa i w zależności od oceny konkretnej sytuacji pomiarowej, można wprowadzić dodatkową poprawkę na ewentualne obserwowalne lub nieobserwowalne możliwe wahania „idealnego” wskazania nieograniczonego rozdzielczością, albo obserwować stabilność wskazań przez nieco dłuższy okres niż krótka pojedyncza seria pomiarów.

Przykładowo, powyższa sytuacja może mieć miejsce podczas wykonywania pomiaru za pomocą chronokomparatora. Biorąc pod uwagę typową rozdzielczość chronokomparatora równą 0,01 s/d oraz niestabilność generatora wewnętrznej podstawy czasu podobnego rzędu co rozdzielczość, w konsekwencji przy wzorcowaniu chronokomparatorów, wyznaczana jest stabilność wskazań chronokomparatora przez okres kilku godzin i nawet przy braku jakichkolwiek zmian wskazania chronokomparatora, przy pomiarze tej samej wartości punktu kontrolnego, podawana jest na świadectwie wzorcowania informacja o zaobserwowanym zakresie zmian wskazania.

Przy wzorcowaniu przyrządu pomiarowego stanowiącego źródło wielkości mierzonej, gdzie wyznaczana jest wartość poprawna wielkości mierzonej czy odpowied-

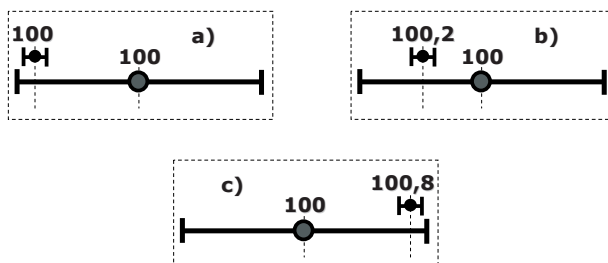


Rys. 11. Ilustracja stabilnych (a) i b)) oraz niestabilnych (c)) „idealnych” wskazań nieograniczonych rozdzielczością przyrządu pomiarowego w danej serii pomiarów (oznaczenia i symbolika elementów zgodna z rys. 2)

nio zdefiniowany błąd odtwarzania danej wartości, rozdzielczość wskazania wartości nominalnej uwzględnia się w niepewności wyniku pomiaru tylko wtedy, gdy nie jest możliwa powtarzalna nastawa wartości nominalnej odtwarzanej wielkości, nastawa jest zmienna, czy nastawa zależy od wskazania pomocniczego układu pomiarowego – zgodnie z uwagami zawartymi w poprzednim podrozdziale.

6. Rozdzielczość i pomiar po wzorcowaniu

Pomiary wykonywane w trakcie wzorcowania i po wzorcowaniu są pomiarami niezależnymi, ponieważ to samo wskazanie ograniczone rozdzielczością może odpowiadać różnym wskazaniom „idealnym” nieograniczonym rozdzielczością przyrządu pomiarowego (rys. 12). Konsekwentnie implikuje to każdorazowo konieczność uwzględniania rozdzielczości w niepewności wyniku pomiaru wykonywanego po wzorcowaniu (przyrządem, który mierzy), choć już zwykle wcześniej rozdzielczość została co najmniej raz uwzględniona, przy wyznaczaniu błędu wskazania podczas wzorcowania i jest zawarta w niepewności odpowiedniej poprawki, określonej na podstawie świadectwa wzorcowania.



Rys. 12. Przykładowe wartości (umownie) prawdziwe wielkości mierzonej i obserwowane ograniczone rozdzielczością wskazanie przyrządu pomiarowego:
a) pomiar podczas wzorcowania, b) i c) pomiar po wzorcowaniu
(oznaczenia i symbolika elementów zgodna z rys. 2)

7. Współczesne rodzaje rozdzielczości

We współczesnie konstruowanych przyrządach pomiarowych, ze względu na sposób uzyskiwania odczytywanego wskazania wartości wielkości mierzonej przy jednoczesnym zachowaniu definicji poprawki na rozdzielczość zgodnej ze wzorem (2), rozdzielczość przyrządu powinna być rozumiana nieco szerzej. Można przyjąć, że różnica, pomiędzy „idealnym” wskazaniem nieograniczonym rozdzielczością a faktycznie obserwowanym wskazaniem, jest efektem szeroko rozumianej kwantyzacji wyniku pomiaru, w tym również celowo lub przypadkowo wprowadzonego dodatkowo przez wewnętrzne układy pomiarowe zakłócenia o statystycznie znanym charakterze i zakresie. Stąd „idealne” wskazanie nieograniczone rozdzielczością może różnić się od odpowiadającego mu obserwowanego wskazania o wartość przekra-

czającą wielokrotnie najmniejszą cyfrę znaczącą wyświetlanego wyniku pomiaru, chociaż możliwe są również inne wskazania tylko nieznacznie różniące się od obserwowanego wskazania.

W powyższym kontekście pod pojęciem rozdzielczości należy rozumieć najmniejszą możliwą statystycznie istotną różnicę pomiędzy obserwowanym wskazaniem a kolejnym (statystycznie nowym) wskazaniem [10]. W takim lub podobnym ujęciu statystycznym pojęcie rozdzielczości pojawia się obecnie często w publikacjach i dokumentacji technicznej przyrządów pomiarowych jako wyznacznik precyzji pomiaru [10, 14, 15].

W konsekwencji, we wzorze (2) należałoby uwzględnić właściwie sumę trzech poprawek, mianowicie poprawkę p_{Δ} – związaną z odczytem wskazania i sąsiadującymi najbliższymi kolejnymi możliwymi wskazaniem w dotychczasowym rozumieniu oraz wynikające statystycznie z procesu kwantyzacji wyniku pomiaru poprawki: $p_{q(rms)}$ – związaną z wpływem o charakterze przypadkowym i $p_{q(syst)}$ – związaną z wpływem o charakterze systematycznym, tj.:

$$x_{p(ideal)} - x_p = p_{\Delta} + p_{q(rms)} + p_{q(syst)} \quad (7)$$

Poprawkom $p_{q(rms)}$ i $p_{q(syst)}$ przypisuje się zmienne losowe o zerowej wartości oczekiwanej. Udział czynników przypadkowych w procesie kwantyzacji wyniku pomiaru, związany z poprawką $p_{q(rms)}$, określany jest w dokumentacji technicznej za pomocą parametru nazywanego *Single shot resolution*, *Rms resolution* lub *Quantization error*, który odpowiada liczbowo odchyleniu standardowemu przypisywanemu normalnemu rozkładowi prawdopodobieństwa związanemu ze zmienną losową, odpowiadającą przypadkowym (szumowym) zmianom nieznaney różnicy pomiędzy „idealnym” (nieskwantyzowanym), a skwantyzowanym obserwowanym wskazaniem. W konsekwencji wpływ tego typu składowej rozdzielczości na wynik pomiaru podlega uśrednianiu i jej udział w niepewności wyniku pomiaru maleje wraz ze zwiększaniem liczebności serii, tj. zgodnie ze wzorem:

$$u(p_{q(rms)}) = \frac{Q_{res}}{\sqrt{n}} \quad (8)$$

gdzie: $u(p_{q(rms)})$ – niepewność standardowa przypisana poprawce związanej ze składową przypadkową kwantyzacji wyniku pomiaru, Q_{res} – parametr związany z szumem kwantyzacji wyniku pomiaru, n – liczba pomiarów w serii.

Z kolei udział czynników systematycznych w procesie kwantyzacji wyniku pomiaru, związany z poprawką $p_{q(syst)}$, nie podlega uśrednianiu ze względu na swój charakter, ale też jest zmienny w czasie i zależny od wartości wielkości mierzonej, stąd nie może być wyeliminowany poprzez pomiary różnicowe metodą podstawienia ani też poprzez uwzględnienie informacji uzyskanych podczas wzorcowania danego przyrządu. Udział ww. czynników systematycznych określany jest w dokumentacji technicznej jako *Differential non-linearity*, *Quantization error*. Z tego typu poprawką nie musi być też związany równomierny rozkład prawdopodobieństwa, gdyż wartości bliższe zeru mogą być bardziej prawdopodobne. W praktyce często ta składowa niepewności traktowana jest niezależnie od pojęcia rozdzielczości.

8. Podsumowanie

Przedstawione powyżej rozważania nie rozwiewają wszystkich wątpliwości dotyczących udziału rozdzielczości w niepewności wyniku pomiaru, natomiast zachęcają do unikania rutynowego, na rzecz świadomego, podejścia do rozdzielczości. Pozwoli to na lepsze rozumienie procesu pomiaru, ewentualną korektę budżetów niepewności i uzyskiwanie bardziej wiarygodnych wyników pomiarów. W praktyce może to mieć istotne znaczenie zarówno w przypadku mało dokładnych prostych przyrządów użytkowych, jaki i pomiarów na najwyższym poziomie dokładności.

Literatura

- [1] M. Lisowski: *Czynniki pomijane a wpływające na niepewność wzorcowania analogowych i cyfrowych przyrządów pomiarowych*, Podstawowe Problemy Metrologii – Prace Komisji Metrologii PAN, Seria: Konferencje Nr 11, s. 17-22, Katowice 2006.
- [2] I. Lira, W. Woeger: *The evaluation of standard uncertainty in presence of limited resolution of indicating devices*, Measurement Science and Technology 8 (1997), s. 441-443.
- [3] I. Lira: *Resolution revisited*, Metrologia 43 (2006), s. L14-L17.
- [4] G. Taraldsen: *Instrument resolution and measurement accuracy*, Metrologia 43 (2006), s. 539-544.
- [5] R. Willink: *On the uncertainty of the mean of digitized measurements*, Metrologia 44 (2007), s. 73-81.
- [6] J. Hannie, H. K. Iyer, C. M. Wang: *Fiducial approach to uncertainty assessment accounting for error due to instrument resolution*, Metrologia 44 (2007), s. 476-483.
- [7] *Międzynarodowy słownik podstawowych i ogólnych terminów metrologii*, International Organization for Standardization. Tłumaczenie: Główny Urząd Miar, Warszawa 1996.
- [8] *Wyrażanie niepewności pomiaru. Przewodnik*, International Organization for Standardization. Tłumaczenie: Główny Urząd Miar, Warszawa 1999.
- [9] *Wyrażanie niepewności pomiaru przy wzorcowaniu. Dokument EA-4/02*, European cooperation for Accreditation. Tłumaczenie Główny Urząd Miar, Warszawa 2001.
- [10] *Manual: SR620 Universal Time Interval Counter*, Stanford Research Systems, 1989, rev. 2.5 (4/2004).
- [11] *B 300 Manual. Operation B 300*, Greiner Vibrograf A.G.
- [12] A. Czubła, J. Stępniewski, Ł. Czerski: *Szacowanie niepewności wyniku pomiaru realizowanego za pomocą chronokomparatora cyfrowo-analogowego – teoria i praktyka*, Metrologia dziś i jutro, pod redakcją J. Jakubca, Z. Moronia, H. Juniewiczza, s. 185-194, Wrocław 2010.
- [13] *Manual: Agilent 33250A/80 MHz Function/Arbitrary Waveform Generator*, Agilent Technologies Inc., wyd. 2, 2003.
- [14] *Timer/Counter/Analyzer CNT-90 User's Manual*, Pendulum Instruments AB, 2004.
- [15] J. Kalisz: *Review of methods for time interval measurements with picosecond resolution*, Metrologia 41 (2004), s. 17-32.